

LX олимпиада по точным наукам учащихся Эстонии

МАТЕМАТИКА, ШКОЛЬНЫЙ ТУР

Таллинн, 27 ноября 2012 года

XII класс

Время, отводимое для решения: 4 часа.

Верное и достаточно обоснованное решение каждой задачи дает 7 баллов.

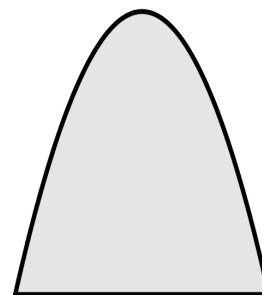
Пользоваться калькулятором не разрешается.

1. Найди формулу общего члена последовательности

1, 4, 10, 22, 46, 94,

2. Произведение трехзначного числа и числа 6 есть трехзначное число, сумма цифр которого равна сумме цифр первоначального числа. Найди все такие трехзначные числа.

3. У Мари в доме есть окно, нижнее основание которого есть отрезок прямой длиной 150 см, а верхнее представляет собой часть параболы, ветви которой направлены вниз (см. рисунок). Высота окна в самом высоком месте также 150 см. В связи с тем, что для такого окна трудно подобрать шторы, Мари хочет застроить часть окна так, чтобы окно имело форму прямоугольника. Каковы должны быть размеры прямоугольного окна, чтобы площадь окна была наибольшей?



4. Отрезок BN – биссектриса угла ABC треугольника ABC . Точка D расположена на стороне BC , причем $\angle DAC = \angle ABC + \angle ACB$. Доказать, что DN является биссектрисой угла ADC .
5. На доске написаны 2012 натуральных числа.
- а) Доказать, что при любом наборе чисел можно стереть два числа так, чтобы сумма оставшихся чисел делилась бы на 3.
- б) Действительно ли то же самое утверждение для 2013 чисел?